Лабораторна робота №1 (4 години)

РОЗВ'ЯЗАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Мета роботи: отримання практичних навичок використання алгоритмів розв'язання систем лінійних та нелінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язання задач лінійної алгебри, їх програмної реалізації у середовищі *Matlab*, порівняння різних методів.

Короткі теоретичні відомості

Розв'язання системи алгебраїчних рівнянь має велике практичне значення, оскільки до нього зводиться широке коло складних прикладних задач. Необхідність розв'язання алгебраїчних рівнянь виникає під час аналізу електронних схем та моделювання біоелектричних процесів. В лінійних системах задачі зводяться до систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). В той же час СЛАР використовуються для розв'язання нелінійних та диференціальних рівнянь, в задачах інтерполяції, апроксимації та ін.

Середовище Matlab надає різноманітні можливості для розв'язання задач лінійної алгебри, зокрема методів розв'язання СЛАР:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}, \tag{1.1}$$

де $\mathbf{A}$ — матриця коефіцієнтів системи, $\mathbf{B} = \left[b_1, b_2, ..., b_n\right]^T$ — вектор-стовпчик вільних членів та $\mathbf{X} = \left[x_1, x_2, ..., x_n\right]^T$ — вектор-стовпчик невідомих.

Найпростішим способом розв'язання системи (1.1) в середовищі Matlab є виконання операції:

$$x = a \setminus b;$$

де a, b та x визначають відповідно матрицю коефіцієнтів системи, вектор-стовпчик вільних членів та вектор-стовпчик невідомих. Проте в результаті виконання цієї операції буде виконуватись обчислення матриці, оберненої до **A**, що не завжди є доцільним. По-перше, таке розв'язання СЛАР потребує більшої кількості арифметичних операцій, ніж прямі методи, які використовують факторизацію матриці коефіцієнтів системи. По-друге, операція обертання матриці може призводити до суттєвих обчислювальних похибок якщо матриця **A** погано обумовлена. Факторизація матриці **A** надає можливість виявити її погану обумовленість та реалізувати більш стійкі алгоритми розв'язання СЛАР.

Теоретичне підґрунтя методів факторизації розв'язання СЛАР викладені в [1]. Середовище Matlab включає внутрішні функції LU, QR факторизації матриць та розкладу Холесського. Ці функції називаються відповідно *lu*, *qr* та *chol*. Реалізація цих функцій дещо відрізняється від алгоритмів, викладених в [1]. Так, на відміну від [1], в методі LU-факторизації матриці **L** і **U** мають наступний вигляд:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \cdots & u_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{nn} \end{bmatrix}.$$

Інша відмінність реалізації функції *lu* від [1] є те, що ця функція повертає матрицю перестановок **P**, а не вектор.

Середовище Matlab надає й інші можливості для реалізації алгоритмів розв'язання СЛАР, стійких до погано зумовлених систем. Одна з таких можливостей є використання сингулярного розкладу матриці **A:**

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^{\dagger}, \tag{1.2}$$

де $\mathbf{U}, \mathbf{V}$ — ортогональні матриці, а $\mathbf{S}$ — сингулярна матриця. Сингулярна матриця є діагональною матрицею, елементи якої є квадратними коренями з власних чисел матриці $\mathbf{A}\mathbf{A}^{\dagger}$. Тому число обумовленості матриці можна знайти як:

$$\mathrm{cond}(\mathbf{A}) = \frac{s_{\max}}{s_{\min}},$$

де $s_{\max}$, $s_{\min}$ — відповідно найбільше та найменше значення матриці $\mathbf{S}$.

Враховуючи (1.2) та таку властивість ортогональних матриць, що обернена до неї є ермітово спряженою до самої матриці, з (1.1) отримаємо:

$$\mathbf{S}\mathbf{Y} = \mathbf{C}, \tag{1.3}$$

де $\mathbf{Y} = \mathbf{V}^{\dagger}\mathbf{X}$ та $\mathbf{C} = \mathbf{U}^{\dagger}\mathbf{B}$.

Як випливає з (1.3) елементи вектору $\mathbf{Y}$ можуть бути знайдені як:

$$y_i = \frac{c_i}{s_i}, i = \overline{1,n},$$

де n — розмірність СЛАР. Звідки випливає, що рівняння (1.1) має єдиний розв'язок тільки, якщо $s_i \neq 0, i = \overline{1,n}$. Якщо якесь $s_i = 0$, то СЛАР або не має розв'язку, якщо $c_i \neq 0$, або має нескінчену множину розв'язків, $c_i = 0$. В обох випадках може бути поставлена вимога, щоб знайти такий розв'язок, який мінімізує норму нев'язки $\left\|\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{B}\right\|$ буде мінімальною. Ця вимога виконується, якщо прийняти, що

$$y_i = \begin{cases} y_i = \dfrac{c_i}{s_i},\ s_i \neq 0 \\ 0, \qquad s_i = 0 \end{cases}, i = \overline{1,n}. \tag{1.4}$$

На практиці в (1.4) перевіряють умову не для абсолютного нуля, а для машинного, тобто:

$$y_i = \begin{cases} y_i = \dfrac{c_i}{s_i},\ s_i > \tau \\ 0, \qquad s_i \leq \tau \end{cases}, i = \overline{1,n}, \tag{1.5}$$

де $\tau = \varepsilon_{маш} s_{\max}$, $\varepsilon_{маш}$ — машинний нуль для одиниці.

Після того як розв'язане рівняння (1.3) згідно з (1.5), розв'язок СЛАР (1.1) знаходять як:

$$\mathbf{X} = \mathbf{VY}.$$

Для сингулярного розкладу матриць в середовищі Matlab використовують функцію *svd*. Для обчислення визначника та власних чисел і векторів використовують відповідно функції *det* та *eig*.

Для розв'язання нелінійних рівнянь в середовищі *Matlab* використовують функцію *fzero*, а для розв'язання системи нелінійних рівнянь – функцію *fsolve*.

Робоче завдання

1. Відповідно до номера студента в журналі успішності вибрати варіант СЛАР із розрахунково-графічної роботи з дисципліни “Чисельні методи та програмування" [1].
2. Розв'язати отриману СЛАР за допомогою внутрішніх функцій *Matlab* методами *LU*-факторизації, *LLT*-факторизації Холеського, *QR*-факторизації. Алгоритми повинні включати запобігання ділення на нуль для випадків систем з погано обумовленими матрицями коефіцієнтів.
3. Розробити *Matlab* функцію, реалізуючу розв'язок СЛАР за допомогою сингулярного розкладу матриці коефіцієнтів. За її допомогою розв'язати СЛАР, отриману в пункті 1, та оцінити число обумовленості матриці коефіцієнтів.
4. Знайти визначник, власні числа та власні вектори матриці коефіцієнтів СЛАР, обраної в пункті 1.
5. У відповідності до варіанта з табл. 1.1. і табл. 1.2. отримати нелінійне рівняння та систему нелінійних рівнянь.
6. Для нелінійного рівняння побудувати графік функції, для якої шукається корінь, в околі отриманого розв'язку. Розв'язати нелінійне рівняння за допомогою функції *fzero*. Помістити маркером розв'язок на графіку функції.
7. Розв'язати систему нелінійних рівнянь за допомогою функції *fsolve*. Переконатись, що корінь знайдено вірно.

Зміст звіту

1. Назва роботи.
2. Мета.
3. Вихідна СЛАР.
4. Електричні схеми, які відповідають варіанту, і отримані нелінійне рівняння та систему нелінійних рівнянь відносно невідомих напруг чи струмів.
5. Робоче завдання.
6. Лістинг робочої програми.
7. Результати розрахунків, включаючи графік виконаний згідно з п. 6 робочого завдання.
8. Висновки.

Варіанти завдань

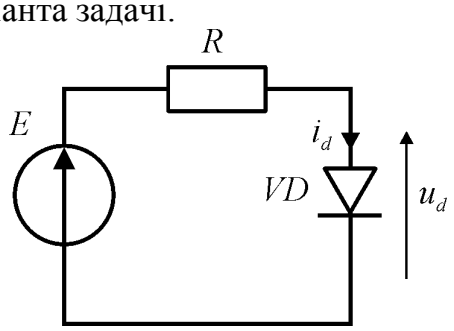
Таблиця 1.1.

Варіанти завдань для отримання нелінійного рівняння

Номер варіанта	Номер задачі	Номер варіанта задачі
1	1	1
2	2	1
3	3	1
4	4	1
5	5	1
6	6	1
7	7	-
8	8	1
9	1	2
10	2	2
11	3	2
12	4	2
13	5	2
14	6	2
15	8	2
16	1	3
17	4	3
18	8	3
19	8	4
20	5	3

Задачі до табл. 1.1.

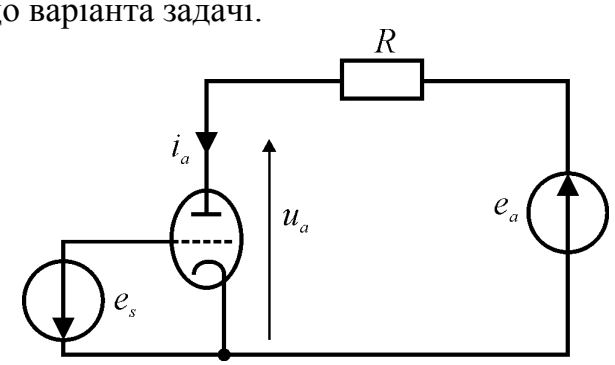
Задача 1. Знайти напругу на діоді u_d для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати другий закон Кірхгофа і врахувати, що струм i_d, який протікає через діод пов'язаний з напругою u_d залежністю $i_d = i_0\left(\exp\left(\frac{u_d}{m\varphi_T}\right)-1\right)$, де i_0 – зворотний струм діода, φ_T – тепловий потенціал, m – коефіцієнт неідеальності діода. Значення напруги джерела E, опір резистора R, і параметри діода вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.



№ варіанта задачі	E, В	R, кОм	i_0, 10^{-9}А	m	φ_T, мВ
1	5	1	3	1.7	26
2	10	1.8	6	1.8	26
3	15	3	8	1.6	26

Задача 2. Знайти напругу на тріоді u_a для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати другий закон Кірхгофа і врахувати, що струм i_a, який протікає через тріод пов'язаний з напругою u_a залежністю $i_a = g\left(\frac{-e_s + Du_a}{1+\chi D}\right)^{\frac{3}{2}}$, де g – первеанс тріода, D – проникність тріода, χ – коефіцієнт, який залежить від співвідношення відстаней анод-катод і сітка анод.

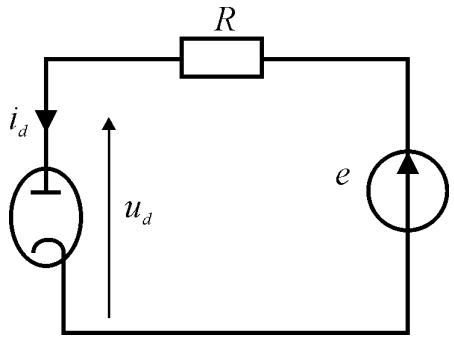
Значення напруг джерел e_s, e_a, опір резистора R, і параметри тріода вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.



№ варіанта задачі	e_a, В	e_s, В	R, кОм	g, 10^{-4} А/В$^{3/2}$	D	χ
1	200	2	50	1.5	0.02	3
2	180	1.5	40	1	0.05	3.5
3	250	3	80	1.7	0.07	4

Задача 3. Знайти напругу на діоді u_d для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати другий закон Кірхгофа і врахувати, що струм i_d, який протікає через діод пов'язаний з напругою u_d залежністю $i_a = g u_d^{\frac{3}{2}}$, де g – первеанс діода.

Значення напруг джерела e, опір резистора R, і параметрів діода вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.

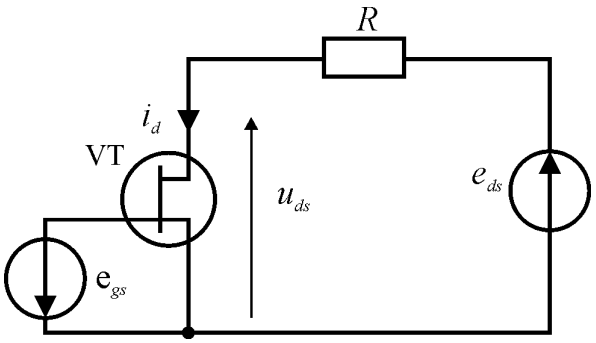


№ варіанта задачі	e, В	R, 10^3 Ом	g, А/В$^{3/2}$
1	200	80	0.05
2	250	10	0.1
3	180	40	0.03

Задача 4. Знайти напругу на польовому транзисторі із керуючим *p-n* переходом u_{ds} для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати другий закон Кірхгофа і врахувати, що струм стоку i_d пов'язаний с напругою u_{ds} залежністю

$$i_d = \begin{cases} g_{22} u_{ds}, & \mathrm{e}_{gs} \le u_0 \\ \beta\left(-2\left(\mathrm{e}_{gs} + u_0\right) - u_{ds}\right)u_{ds} + g_{22} u_{ds}, & \mathrm{e}_{gs} > u_0, \left|u_{ds}\right| < -\left(\mathrm{e}_{gs} + u_0\right), \\ \beta\left(\mathrm{e}_{gs} + u_0\right)^2 + g_{22} u_{ds}, & \mathrm{e}_{gs} > u_0, \left|u_{ds}\right| \ge -\left(\mathrm{e}_{gs} + u_0\right) \end{cases}$$

де β - питома крутизна транзистора, g_{22} – вихідна провідність транзистора, u_0 – напруга відсічки.



Значення напруг джерел e_{gs} і e_{ds}, опір резистора R і параметрів транзистора вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.

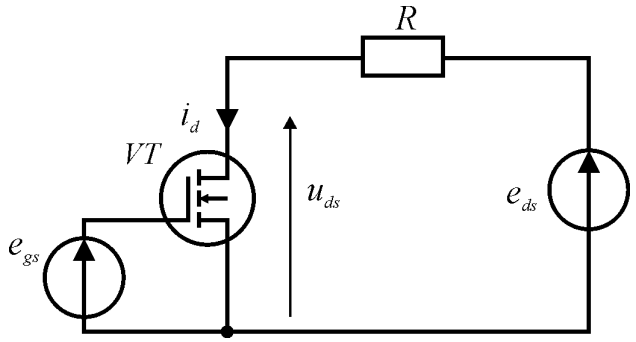
№ варіанта задачі	e_{gs}, В	e_{ds}, В	R, 10^3 Ом	u_0, В	β, А/В^2	g_{22}, См
1	1.5	10	3	-3	$2\cdot10^{-3}$	10^{-4}
2	2.5	12	4	-4	$1.5\cdot10^{-3}$	$2\cdot10^{-4}$
3	3	15	5	-5	$3\cdot10^{-3}$	$2\cdot10^{-4}$

<u>Задача 5.</u> Знайти напругу на польовому МДН-транзисторі u_{ds} для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати другий закон Кірхгофа і врахувати, що струм стоку i_d пов'язаний із напругою u_{ds} залежністю

$$i_d = \begin{cases} g_{22}u_{ds}, & e_{gs} \le u_0 \\ \beta\left(2\left(e_{gs}-u_0\right)-u_{ds}\right)u_{ds}+g_{22}u_{ds}, & e_{gs} > u_0, u_{ds} < \left(e_{gs}-u_0\right), \\ \beta\left(e_{gs}-u_0\right)^2+g_{22}u_{ds}, & e_{gs} > u_0, u_{ds} \ge \left(e_{gs}-u_0\right) \end{cases}$$

де β – питома крутизна транзистора, g_{22} – вихідна провідність транзистора.

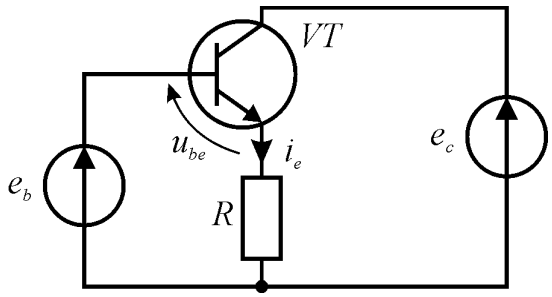
Значення напруг джерел e_{gs} и e_{ds}, опір резистора R, параметрів транзистора вибрати із таблиці відповідно до варіанта



№ варіанта задачі	e_{gs},В	e_{ds},В	R, кОм	u_0, В	β, А/В^2	g_{22}, См
1	4	10	5	2	$8\cdot10^{-4}$	$6\cdot10^{-5}$
2	5	12	4	3	$9\cdot10^{-4}$	$8\cdot10^{-5}$

3	4	15	7	2.5	$1 \cdot 10^{-3}$	10^{-4}

Задача 6. Знайти напругу u_{be} на біполярному транзисторі для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати другий закон Кирхгофа и врахувати, що струм емітера i_e пов'язаний з напругою u_{be} залежністю $i_e = i_{e0}\left(\exp\left(\frac{u_{be} + h_{12}(\mathrm{e}_c - i_e R)}{m_e \varphi_T}\right) - 1\right)$, де i_{e0} – зворотний струм емітерного переходу транзистора, φ_T – тепловий потенціал, m_e – коефіцієнт неідеальності емітерного переходу транзистора, h_{12} – коефіцієнт зворотного зв'язку.



Значення напруг джерел e_b і e_c, опір резистора R, параметрів транзистора вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.

№ варіанта задачі	e_b, В	e_c, В	R, кОм	i_{e0}, нА	m_e	φ_T, мВ	$h_{21}, 10^{-3}$
1	4	10	5	1	1.01	26	2
2	5	12	4	2	1.05	26	1
3	6	15	7	2.5	1.06	26	1.5

Задача 7. Концентрація власних носіїв електричного заряду в кремнії описується рівнянням $n_i = 4.9 \cdot 10^{15}\left(\frac{m_n^* m_p^*}{m_0^2}\right)^{\frac{3}{4}} T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{qE_g}{2kT}\right)$, де m_n^* – ефективна маса електронів, m_p^* – ефективна маса дірок, m_0 – маса електрона, T – абсолютна температура, q - заряд електрона, E_g – ширина забороненої зони кремнію, k – стала Больцмана. За якої температури концентрація власних носіїв дорівнює $n_i = 2 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$? Врахувати, що $\frac{m_n^*}{m_0} = 0.98$, $\frac{m_p^*}{m_0} = 0.05$, $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, E_g=1.2эВ, розмірність коефіцієнта $4.9 \cdot 10^{15}$ – см$^{-3}$К$^{-3/2}$.

Задача 8.

Залежність потенціалу біологічної мембрани U від позаклітинної та внутрішньоклітинної концентрацій іонів описується рівнянням:

$$U = \varphi_T \ln \frac{[K]_e + \alpha [Na]_e}{[K]_i}, \qquad (1.6)$$

де φ_T — тепловий потенціал, який за кімнатної температури дорівнює 26мВ; $[K]_e$ та $[K]_i$ — позаклітинна та внутрішньоклітинна концентрації іонів калію, $[Na]_e$ — позаклітинна концентрація іонів натрію, α — відношення проникностей мембрани для іонів натрію та калію.

Знайти таке відношення проникностей α за якого потенціал на мембрані клітини дорівнює заданому значенню U. Значення U, та концентрації іонів калію та натрію вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.

№ варіанта задачі	U, мВ	$[K]_e$, мМоль/л	$[K]_i$, мМоль/л	$[Na]_{e1}$, мМоль/л	φ_T, мВ
1	-70	4	350	500	26.7
2	50	30	400	100	26.7
3	-80	10	400	450	26.7
4	30	5	250	350	26.7

Таблиця 1.2

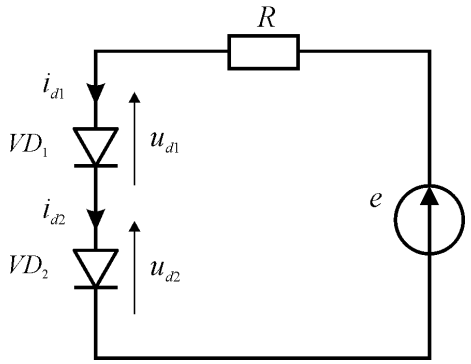
Варіанти завдань для отримання системи нелінійних рівнянь

Номер варіанта	Номер задачі	Номер варіанта задачі
1	10	1
2	11	1
3	12	1
4	13	1
5	14	1
6	15	1
7	9	1
8	10	2
9	11	2
10	12	2
11	13	2
12	14	2
13	15	2
14	9	2
15	11	3
16	12	3

Задачі до табл. 1.2

Задача 9. Знайти напругу на діодах u_{d1} і u_{d2} для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати закони Кірхгофа і врахувати, що струм i_{dk}, який протікає через k-й діод пов'язаний із напругою на ньому u_{dk} залежністю $i_{dk} = i_{0k}\left(\exp\left(\frac{u_{dk}}{m_k \varphi_T}\right) - 1\right)$, де i_{0k} – зворотній струм k-го діода, φ_T – тепловий потенціал, m_k – коефіцієнт неідеальності k-го діода.

Значення напруги джерела e, опори резистора R, параметри діодів вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.



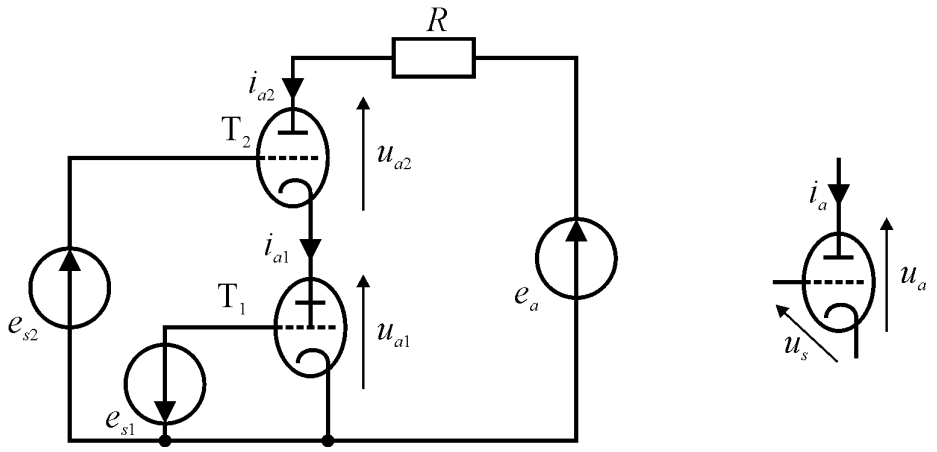
№ варіанта задачі	e, В	R, кОм	i_{01}, нА	i_{02}, нА	m_1	m_2	φ_T, мВ
1	6	1.5	2	5	1.5	1.7	26
2	5	0.4	10	2	2	1.8	26
3	10	1	8	20	1.2	1.6	26

Задача 10. Знайти напругу на тріодах u_{a1} і u_{a2} для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати закони Кірхгофа і врахувати, що струм i_a, який протікає через тріод пов'язаний із напругами u_a і u_s залежністю

$$i_a = \begin{cases} 0, & u_s + Du_a \le 0 \\ g\left(\frac{u_s + Du_a}{1 + \chi D}\right)^{\frac{3}{2}}, & u_s + Du_a > 0 \end{cases},$$

де g – первеанс тріода, D – проникність тріода, χ – коефіцієнт, який залежить від співвідношення відстаней анод-катод і сітка анод.

Струмом сіток знехтувати.



Значення напруг джерел e_{s1}, e_{s2}, e_a, опори резистора R, и параметри тріодів вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.

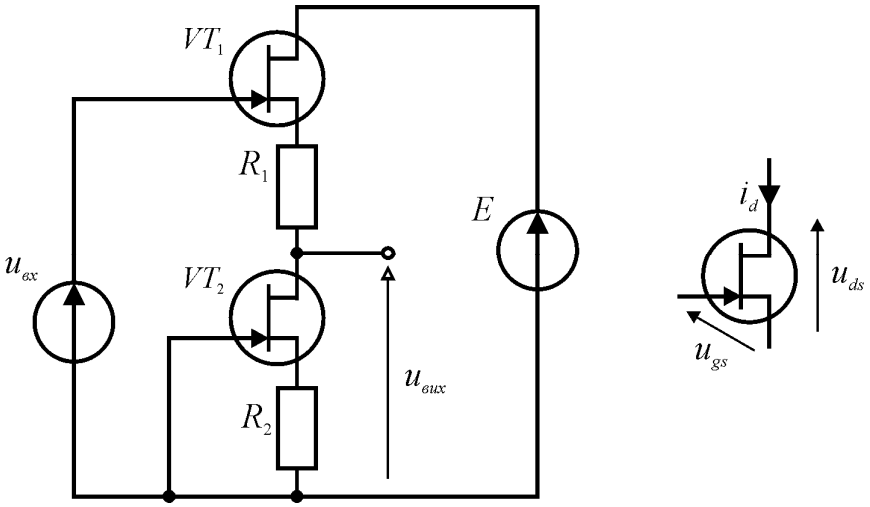
№ варіанта задачі	e_a, В	e_{s1}, В	e_{s2}, В	R, кОм	g, 10^{-4}А/В$^{3/2}$		χ		D	
					T_1	T_2	T_1	T_2	T_1	T_2
1	250	2	100	100	1	5	3	4	0.05	0.03
2	200	3	70	50	10	2	3.5	4	0.05	0.01
3	300	2.5	120	70	3	4	4	5	0.02	0.07

<u>Задача 11.</u> Знайти напругу $u_{вих}$ для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати закони Кірхгофа і врахувати, що струм стоку i_d польового транзистора із керуючим *p-n* переходом пов'язаний із напругою u_{ds} залежністю

$$i_d = \begin{cases} g_{22}u_{ds}, & u_{gs} \le u_0 \\ \beta\left(2\left(u_{gs}-u_0\right)-u_{ds}\right)u_{ds} + g_{22}u_{ds}, & u_{gs} > u_0, u_{ds} < u_{gs}-u_0 \\ \beta\left(u_{gs}-u_0\right)^2 + g_{22}u_{ds}, & u_{gs} > u_0, u_{ds} \ge u_{gs}-u_0 \end{cases},$$

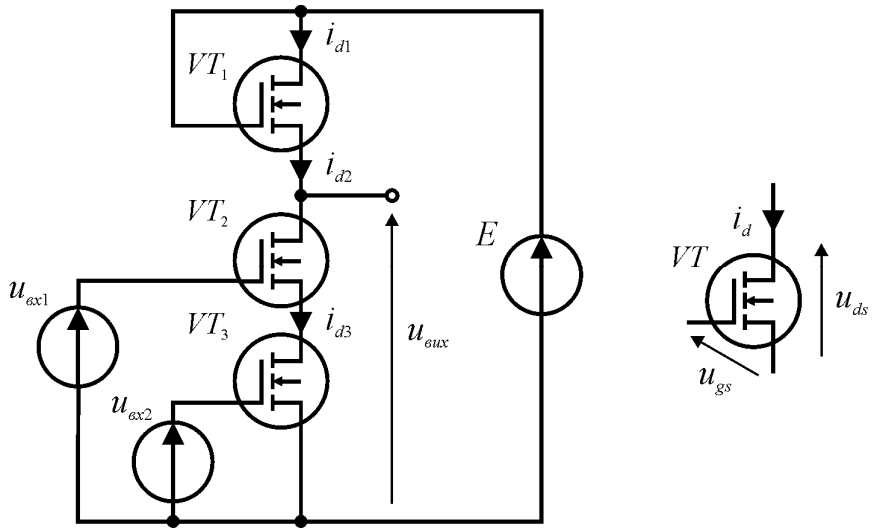
де β – питома крутизна транзистора; g_{22} – вихідна провідність транзистора, u_0 – напруга відсічки.

Значення напруг джерел E і $u_{вх}$, опір резисторів R_1 і R_2, і параметрів транзисторів вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.



№ варіанта задачі	E, В	$u_{вх}$, В	R_1, кОм	R_2, кОм	u_0, В		β, 10^{-4}А/В^2		g_{22}, 10^{-5}См	
					VT_1	VT_2	VT_1	VT_2	VT_1	VT_2
1	10	2	2	0.1	-3	-4	2	4	2	1
2	5	3	1	0.6	-5	-2	0.8	5	10	2
3	7.5	5	6	1	-2	-3	1	2	4	6

<u>Задача 12.</u> Знайти напругу $u_{вих}$ для схеми, наведеної на рисунку.



Застосувати закони Кірхгофа і врахувати, що струм стоку МДН-транзистора i_d пов’язаний з напругою u_{ds} залежністю

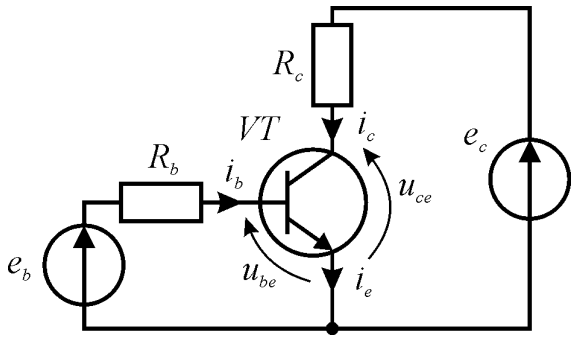
$$i_d = \begin{cases} g_{22}u_{ds}, & u_{gs} \le u_0 \\ \beta\left(2\left(u_{gs}-u_0\right)-u_{ds}\right)u_{ds} + g_{22}u_{ds}, & u_{gs} > u_0, u_{ds} < \left(u_{gs}-u_0\right), \\ \beta\left(u_{gs}-u_0\right)^2 + g_{22}u_{ds}, & u_{gs} > u_0, u_{ds} \ge \left(u_{gs}-u_0\right) \end{cases}$$

де β – питома крутизна транзистора, g_{22} – вихідна провідність транзистора, u_0 – порогова напруга.

Значення напруг джерел E, $u_{вх1}$, $u_{вх2}$ і параметрів транзисторів вибрати із таблиці відповідно до варіанта:

№ варіанта задачі	E, В	$u_{вх1}$, В	$u_{вх2}$, В	u_0, В			β, 10^{-4}А/В^2			g_{22}, 10^{-4} См		
				VT_1	VT_2	VT_3	VT_1	VT_2	VT_3	VT_1	VT_2	VT_3
1	9	4	10	3	2.5	2	2	2	4	2	1	4
2	8	5	12	2	2.5	1.5	10	8	2	4	6	2
3	12	4	15	3	3.5	3	5	1	4	5	1	8

Задача 13. Знайти напруги u_{be} і u_{ce} на біполярному транзисторі для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати закони Кірхгофа і врахувати, що струми транзистора пов'язані з напругами u_{be} і u_{ce} залежностями $i_e = i_{e0}\left(\exp\left(\frac{u_{be}+h_{12}u_{ce}}{m_e\varphi_T}\right)-1\right)$, $i_c = \alpha i_e - i_{c0}\left(\exp\left(\frac{u_{be}-u_{ce}}{m_c\varphi_T}\right)-1\right)$, $i_b = i_e - i_c$, де i_{e0} - зворотній струм емітерного переходу транзистора, i_{c0} – зворотний струм колекторного переходу транзистора, α – коефіцієнт передачі струму емітера, φ_T – тепловий потенціал, m_e – коефіцієнт неідеальності емітерного переходу транзистора, m_c – коефіцієнт неідеальності колекторного переходу транзистора h_{12} – коефіцієнт зворотного зв'язку.



Значення напруг джерел e_b і e_c, опорів резисторів R_b і R_c та параметрів транзистора вибрати із таблиці відповідно до варіанта:

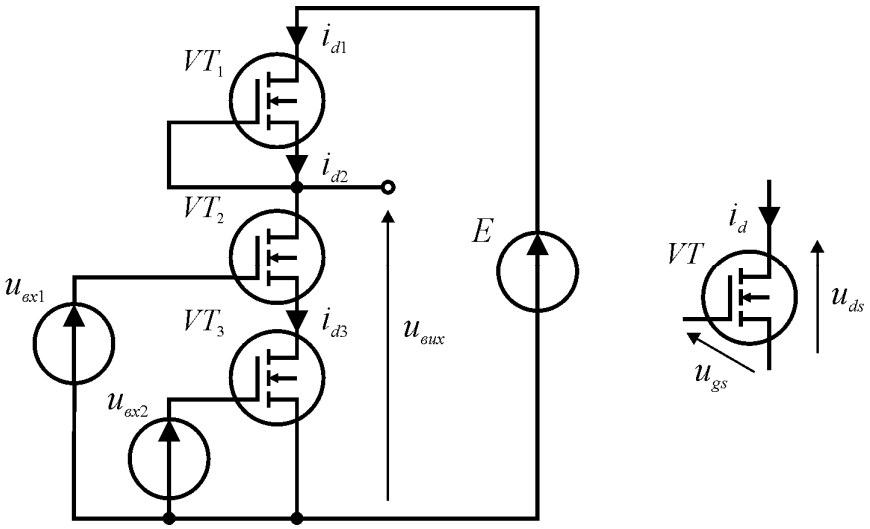
№ варіанта задачі	e_b, В	e_c, В	R_b, 10^3 Ом	R_c, 10^2 Ом	i_{e0}, 10^{-9}А	m_e	i_{c0}, 10^{-9}А	m_c	φ_T, 10^{-3}В	α	h_{12}, 10^{-3}
1	4	10	5	1	1	1.01	1.5	1.5	26	0.98	2
2	5	12	4	1.5	2	1.05	2.8	1.4	26	0.99	1
3	6	15	7	2	2.5	1.06	4	1.6	26	0.99	1.5

Задача 14. Знайти напругу $u_{вих}$ для схеми, наведену на рисунку. Застосувати закони Кірхгофа і врахувати, що струм стоку МДН-транзистора i_d пов'язаний із напругою u_{ds} залежністю

$$i_d = \begin{cases} g_{22}u_{ds}, & u_{gs} \le u_0 \\ \beta\left(2\left(u_{gs}-u_0\right)-u_{ds}\right)\ u_{ds}+g_{22}u_{ds}, & u_{gs} > u_0, u_{ds} < \left(u_{gs}-u_0\right), \\ \beta\left(u_{gs}-u_0\right)^2+g_{22}u_{ds}, & u_{gs} > u_0, u_{ds} \ge \left(u_{gs}-u_0\right) \end{cases}$$

де β – питома крутизна транзистора; g_{22} – вихідна провідність транзистора, u_0 – порогова напруга.

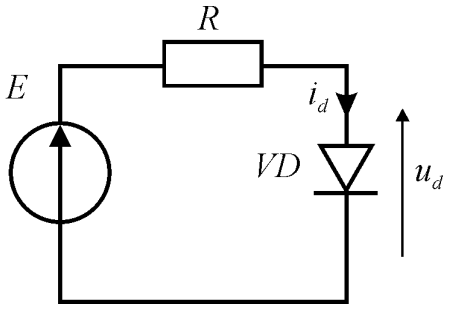
Значення напруг джерел E, $u_{вх1}$, $u_{вх2}$ і параметрів транзисторів вибрати із таблиці відповідно до варіанта задачі.



№ варіанта задачі	E, В	$u_{вх1}$, В	$u_{вх2}$, В	u_0, В			β, 10^{-4}А/В^2			g_{22}, 10^{-4} См		
				VT_1	VT_2	VT_3	VT_1	VT_2	VT_3	VT_1	VT_2	VT_3
1	8	4	6	-1	2	3	1	2	3	0.4	0.1	0.6
2	10	5	7	-2	3	2	1	0.1	0.8	0.1	0.05	0.1
3	12	6	8	-1.5	2.5	3	2	1	1	0.5	0.2	0.8

Задача 15. Знайти напругу на діоді u_d для схеми, наведеної на рисунку. Застосувати закони Кірхгофа і врахувати, що струм i_d, який протікає через діод

пов’язаний із напругою u_d залежністю $i_d = i_0\left(\exp\left(\frac{u_d - i_d r_b}{m\varphi_T}\right) - 1\right)$, де i_0 – зворотний струм діода, φ_T – тепловий потенціал, m – коефіцієнт неідеальності діода, а опір бази діода пов’язаний зі струмом діода i_d залежністю: $r_b = \frac{r_{b0}}{1 + \frac{i_d}{i_\nu}}$, r_{b0} – опір бази діода в рівноважному стані, i_ν – струм, який відповідає переходу до високих рівнів інжекції. Задачу розв'язувати як систему із двох рівнянь.



Значення напруги джерела E, опір резистора R, параметри діоду вибрати із таблиці у відповідності до варіанта задачі.

№ варіанта задачі	E, В	R, кОм	i_0, нА	r_{b0}, кОм	i_ν, мА	m	φ_T, мВ
1	5	4	10	2	1	1.5	26
2	7	2	1	0.5	0.3	2	26
3	10	8	5	10	3	1.8	26

Література

1. Прокопенко Ю.В. Обчислювальна математика // Ю.В.Прокопенко, Д.Д.Татарчук, В.А.Казміренко .– К. НТУУ «КПІ», 2013.– 224с.– Бібліогр. : с.222-224.– ISBN:978-966-622-590-3.